

# Adelantando las estimaciones fasoriales bajo oscilaciones de potencia

José Antonio de la O Serna  
FIME-UANL  
jdelao@mail.uanl.mx

## RESUMEN

*El principal objetivo de este trabajo es la reducción del retraso y de la complejidad computacional en las estimaciones fasoriales, calculadas bajo oscilaciones del sistema de potencia. Se proponen diferentes aproximaciones al filtro Coseno Elevado, cuya implementación de fase mínima reduce a la mitad el retraso de las estimaciones fasoriales, con transitorios más cortos y sin distorsión significativa de fase. La complejidad computacional de los estimados se reduce en un factor de diez, con filtros de respuesta impulsional infinita sin afectar significativamente el retraso, con una distorsión en fase mayor, y con transitorios más prolongados. Esta solución podría ser muy útil en implementaciones en las cuales la complejidad computacional prevalece sobre el retraso y la distorsión.*

## PALABRAS CLAVE

Fasorial, filtros FIR, filtros IIR, filtros digitales.

## ABSTRACT

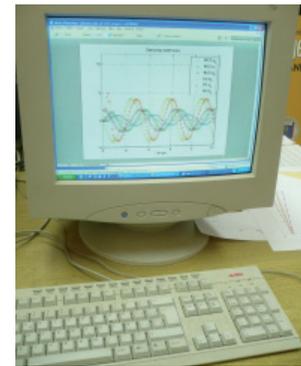
*The purpose of this work is to minimize delay and computational complexity of phasor estimates under power oscillations. Different approximations to the Raised Cosine (RC) filter lead to a reduction in delay and computational complexity of the phasor estimates are proposed. The minimum-phase implementation of the linear-phase RC filter reduces the delay of the phasor estimates by a half, with a shorter transient, and without introducing significant phase distortion. The computational complexity of the estimates is reduced by a factor of ten with infinite impulse response (IIR) filters without significant delay reduction, with phase distortion, and longer transient behavior. This solution could be useful for implementations in which the concern about computational complexity prevails over the concern about delay and distortion.*

## KEYWORDS

Phasor, FIR filter and IIR filter digital filters.

## INTRODUCCIÓN

La estimación de fasores bajo oscilaciones de sistemas de potencia es un reto ingenieril interesante. Las aplicaciones modernas de control y monitoreo de sistemas eléctricos de potencia requieren mediciones fasoriales rápidas, precisas, y confiables para asegurar el flujo de potencia máximo mientras preservan un



alto nivel de seguridad y calidad de energía. En el diseño de controladores retroalimentados remotos, empleando mediciones fasoriales sincronizadas, el retraso entre la salida del sistema y la entrada del controlador es un factor crucial para garantizar la robustez del controlador.<sup>1,2</sup> Un controlador robusto es esencial para mitigar las oscilaciones intra-área y optimizar el rendimiento dinámico de un sistema de potencia grande. Pero el tiempo de retraso de la señal de salida en el lazo de control no sólo depende del sistema de transmisión, sino del retraso debido al filtro digital utilizado para estimar los fasores en las unidades de medición fasorial (PMU). También depende del tipo de enlace de comunicación usado por el controlador. El retraso promedio de comunicación para un enlace satelital puede ser de hasta 120 ms,<sup>1</sup> para canales de microondas 40 ms, pero puede ser tan corto como decenas de milisegundos para un enlace de fibra óptica. De hecho, se ha definido 4 ms como plazo de entrega a tiempo en enlaces *Ethernet* bajo la norma *Utility Communication Architecture* (UCA-IEC61850). Así, para sistemas de transmisión rápida de datos, el retraso entre la señal de salida y su estimación fasorial es la componente predominante, y por tanto su reducción es crucial para las aplicaciones de control moderno.

En,<sup>3</sup> la velocidad y precisión de las estimaciones fasoriales, calculadas bajo oscilaciones de potencia fueron mejoradas sustancialmente usando la implementación del filtro Coseno Elevado (Raised Cosine, RC) en respuesta impulsional finita (FIR), con respecto a las obtenidas con el filtro tradicional de Fourier, utilizado en las aplicaciones comerciales. Dicho artículo suscitó las siguientes objeciones: ¿Porqué no utilizar un filtro de respuesta impulsional infinita (IIR) en vez de la solución FIR propuesta? Después de todo la implementación de un filtro IIR requiere menos coeficientes, y por tanto menos memoria y complejidad computacional. También suscitó cuestiones acerca de una posible reducción adicional del retraso de los estimados propuestos. Estas objeciones son tan legítimas e importantes, que este artículo aborda ambos temas, considerando primero la versión de fase mínima de la implementación FIR y varias aproximaciones IIR a la respuesta en frecuencia del filtro RC. Su versión en inglés se puede encontrar en.<sup>4</sup>

Los resultados obtenidos son muy interesantes. En particular, los filtros de fase mínima reducen a menos de la mitad el retraso de la implementación de fase lineal. Por otra parte, las implementaciones IIR disminuyen la complejidad computacional por un factor del orden de diez para aplicaciones en las cuales retraso y distorsión no son relevantes.

Esta investigación fue motivada considerando la fuerte similitud que existe entre el proceso de estimación fasorial bajo oscilaciones de potencia y el proceso de detección llevado a cabo en el receptor digital de un sistema de transmisión digital. Aun cuando no sean llamados fasores los puntos de una constelación en el plano complejo, calculados a partir de las señales recibidas en el receptor, se trata en realidad de fasores de la señal portadora. Así, el mejor modelo para las señales de voltaje y corriente de un sistema de potencia oscilando, es el de señales moduladas en cuadratura con una frecuencia portadora igual a la frecuencia fundamental del sistema. Por eso se inicia con una descripción de la estimación fasorial como si fuera realizada por un receptor digital. En esta descripción se establece la formulación del problema tratado. Sin embargo, aun cuando el proceso numérico es estrictamente el mismo, se discuten también las discrepancias entre ambas aplicaciones. Luego, se define el filtro ideal RC y sus realizaciones FIR de fase lineal y de fase mínima. Después se consideran algunas implementaciones IIR clásicas, tales como la de Butterworth, Chebyshev tipo II, y la obtenida de la descomposición de valor singular de la matriz de Hankel. Los filtros clásicos IIR que no pueden alcanzar ganancia constante en la banda de paso (Elípticos y Chebyshev tipo I) no se consideran en este trabajo. La sección de filtros digitales se dedica al análisis de la respuesta en frecuencia, impulsional y del retraso de grupo. Finalmente, se compara la distorsión producida por los filtros comparados y se presentan las conclusiones.

## EL RECEPTOR DIGITAL COMO UN ESTIMADOR FASORIAL

Un receptor digital aplica técnicas de tratamiento de señales para extraer la señal modulante de la señal de radiofrecuencia (RF).<sup>5</sup> Baja el contenido espectral de una cierta banda de frecuencias a la frecuencia cero

(cd) y extrae las señales fuera de banda aplicando filtrado pasabajas. Los tres elementos esenciales de un receptor digital, mostrados en la figura 1, son el oscilador local, el mezclador, y un filtro pasabajas. El oscilador local genera dos señales senoidales en cuadratura. El mezclador complejo consiste de dos multiplicadores que aceptan muestras digitales del convertidor A/D y del oscilador local. Produce una representación compleja de la señal de entrada bajando el espectro de acuerdo con la frecuencia establecida en el oscilador local. La señal compleja es entonces filtrada por un filtro pasa bajas para rechazar señales indeseadas fuera de la banda de interés (otros canales). A la salida del filtro, las componentes en fase y cuadratura de la representación fasorial se denotan con I y Q respectivamente. Finalmente, una etapa de submuestreo se queda sólo con una de cada L muestras. Esto produce la salida de banda base compleja submuestreada para las tareas subsecuentes de tratamiento de señal, tales como demodulación, decodificación o almacenamiento.

En comunicaciones digitales, el retraso de los estimados fasoriales no es tan importante como en aplicaciones de sistemas de potencia debido a que los receptores digitales generalmente operan a mucho más altas frecuencias (que la de 60Hz). Así el retraso es relativamente pequeño e imperceptible en el canal de comunicaciones. Por otra parte, los filtros en los receptores digitales deben cumplir con el criterio de Nyquist para canales libres de interferencia intersimbólica (ISI).<sup>6</sup> El criterio de canales libres de ISI básicamente requiere de filtros de respuesta impulsional con cruces por cero separados equidistantemente. Finalmente, el diseño de receptores digitales se enfoca en la reducción de

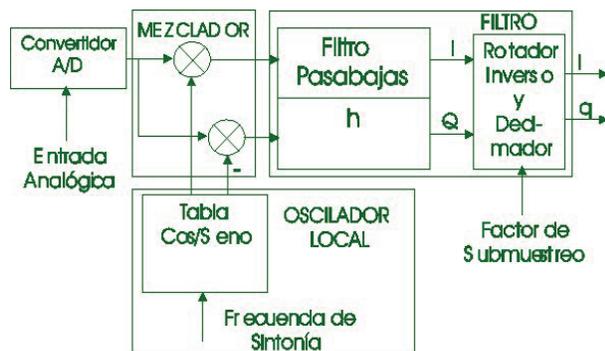


Fig. 1. Diagrama de Bloques del Receptor Digital.

distorsión de amplitud y de fase. Es por esto que la respuesta en magnitud del filtro debe de ser constante y la fase lineal en la banda de paso. Este criterio es el que explica porqué se utiliza tanto el filtro RC en sistemas de transmisión. En aplicaciones de estimación fasorial, sin embargo, no nos preocupa tanto la forma de la respuesta impulsional, a excepción de su longitud, y una pequeña distorsión en fase puede tolerarse si eso ayuda a reducir el retraso de las estimaciones.

La operación global del receptor digital en la figura 1 puede expresarse por la siguiente ecuación:

$$\rho(n) = (s(n)e^{-j\omega_0 n}) \star h(n) \tag{1}$$

donde  $\rho(n)$  es la salida del receptor,  $s(n)$  es la señal de entrada, la exponencial compleja negativa representa el descenso frecuencial aplicado por el mezclador y  $\star$  denota convolución con  $h(n)$ , respuesta impulsional del filtro pasabajas. Más explícitamente, se tiene

$$\rho(n) = \sum_k s(k)h(n-k)e^{-j\omega_0 k} \tag{2}$$

Las ecuaciones correspondientes en términos espectrales son las siguientes:

$$\rho(\omega) = H(\omega)S(\omega + \omega_0) \tag{3}$$

donde  $\rho(\omega)$ ,  $H(\omega)$  y  $S(\omega)$  son las transformadas digitales de Fourier de las secuencias  $\rho(n)$ ,  $h(n)$  y  $s(n)$  respectivamente.

Para una secuencia de la forma

$$s(n) = a(n)\cos(\omega_0 n + \theta) \tag{4}$$

en la cual, la secuencia de amplitudes  $a(n)$  tiene espectro  $A(\omega)$  limitado en banda por  $\alpha < \pi$ , la respuesta en frecuencia de un filtro pasabajas ideal podría definirse mediante

$$H(\omega) = \begin{cases} 2 & \text{para } |\omega| \leq \alpha \\ 0 & \text{para } |\omega| > \alpha \end{cases} \tag{5}$$

La salida de este filtro será la secuencia fasorial de la secuencia de entrada

$$\rho(n) = a(n)e^{j\theta} \tag{6}$$

Esto puede ser demostrado reemplazando en (3) el espectro trasladado de la secuencia en (4), el cual es

$$S(\omega + \omega_0) = \frac{1}{2}(A(\omega)e^{j\theta} + A(\omega + 2\omega_0)e^{-j\theta}) \tag{7}$$

y obteniendo la transformada inversa de Fourier de  $P(\omega)$  para el filtro ideal en (5). Pero el filtro ideal propuesto no es causal, y por tanto no implementable en aplicaciones de tiempo real. Una solución práctica podría obtenerse truncando la respuesta impulsional ideal y trasladando los términos no nulos a los primeros índices no negativos. Este filtro ofrecería estimados fasoriales de la forma:

$$\hat{p}(n) = \hat{a}(n - q/2)e^{j\theta} \quad (8)$$

donde  $q/2$ , mitad de la longitud del truncamiento, es el retraso introducido por el filtro de fase lineal que aproxima la respuesta frecuencial ideal, y  $\hat{a}(n)$  es el estimado de  $a(n)$ . Note que cuando  $q \rightarrow \infty$ ,  $\hat{a}(n) \rightarrow a(n)$ , pero después de un retraso también infinito. A continuación se aborda este problema de aproximación, esencial a los métodos de diseño de filtros digitales.

### FILTROS DIGITALES

Aun cuando los filtros ideales no son implementables, siempre es posible aproximar una respuesta ideal en frecuencia con la de un sistema lineal invariante en el tiempo definido por la siguiente ecuación en diferencias:

$$y(n) = -\sum_{k=1}^p a_p(k)y(n-k) + \sum_{k=0}^q b_q(k)x(n-k) \quad (9)$$

la cual corresponde a un filtro realizable físicamente y causal.<sup>7</sup> La respuesta en frecuencia de dicho sistema es dada por

$$\tilde{H}(\omega) = \frac{B_q(\omega)}{A_p(\omega)} = \frac{\sum_{k=0}^q b_q(k)e^{-jk\omega}}{1 + \sum_{k=1}^p a_p(k)e^{-jk\omega}} \quad (10)$$

El problema se resuelve seleccionando apropiadamente los  $p+q+1$  coeficientes  $\{a_p(k)\}_{k=1}^p$  y  $\{b_q(k)\}_{k=0}^q$  que mejor aproximan las características frecuenciales deseadas. Note que para filtros FIR  $A_p(\omega) = 1$  y  $\tilde{H}(\omega) = B_q(\omega)$ .

El método de inventaneado es la solución más simple al diseño de filtros FIR.<sup>7</sup> Para  $q$  impar, la respuesta en frecuencia es de la forma  $\tilde{H}(\omega) = H_r(\omega)e^{-j\omega q/2}$ , donde  $H_r(\omega)$  es una función real dada por

$$H_r(\omega) = e^{-j\omega q/2} \sum_{k=0}^{(q-1)/2} 2b_q(k) \cos[\omega(k - q/2)] \quad (11)$$

Por otra parte, el problema de filtro IIR consiste en aproximar una respuesta deseada  $H_d(\omega)$ , con un sistema que tiene la respuesta en frecuencia definida en (10), seleccionando adecuadamente los coeficientes  $\{a_p(k)\}_{k=1}^p$  y  $\{b_q(k)\}_{k=0}^q$ .

El diseño de los filtros digitales generalmente arranca con un filtro prototipo analógico a partir del cual el digital es creado a través de una transformación bilineal.<sup>7</sup> Este es el método utilizado para aproximar las soluciones de Butterworth y Chebyshev tipo II. Sólo se presentan estos dos filtros debido a que el criterio principal en este trabajo es alcanzar ganancia plana en la banda de paso.

### Filtros RC de fase lineal y mínima

En esta sección se consideran implementaciones prácticas del filtro RC, en particular, las implementaciones FIR de fase lineal y mínima. El filtro de fase mínima preserva exactamente la respuesta en magnitud del de fase lineal y minimiza el retraso de grupo.

El filtro RC de fase lineal inicia con una respuesta en frecuencia ideal dada,<sup>3</sup> definida por una frecuencia de corte en  $1/2T_0$ , y un factor de redondeo (*roll-off*)  $\alpha$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Este factor controla las bandas de paso  $f < \frac{1-\alpha}{2} f_0$  y de transición. La respuesta impulsional del filtro RC es dada por

$$h_q(t, \alpha) = \frac{\pi}{4} \text{senc}\left(\frac{t}{T_0}\right) \left( \text{senc}\left(\frac{\alpha t}{T_0} - \frac{1}{2}\right) + \text{senc}\left(\frac{\alpha t}{T_0} + \frac{1}{2}\right) \right) \quad (12)$$

donde  $\text{senc}(x)$  es el seno cardinal definido como  $\text{senc}(x) = \text{sen}(\pi x) / \pi x$ . La secuencia unitaria del filtro de fase lineal se obtiene truncando la respuesta ideal en (12) hasta una duración tolerable, y muestreando y trasladando la función segmentada a los primeros índices no negativos.

En este artículo se considera una frecuencia de muestreo de  $N_0=64$  muestras por ciclo ( $f_s = N_0 f_0$ ). Los coeficientes del filtro digital FIR de longitud  $q=1$  son dados por la siguiente ecuación:

$$b_q(k, \alpha) = h_d\left(\frac{(2k+1)-(q+1)}{2N_0}T_0, \alpha\right), \quad k = 0, \dots, q \quad (13)$$

Aquí interesa el filtro RC de fase lineal de cuatro ciclos ( $q = 4N_0 - 1$ ) con un factor de redondeo  $a=0.707$  como se propuso en.<sup>3</sup> Este valor evita el rizado en la banda de paso introducido por el truncamiento. Su retraso de grupo es constante e igual a  $q/2$ , correspondiente a dos ciclos.

El filtro de fase mínima de una longitud arbitraria se obtiene reemplazando todos los ceros fuera del círculo unitario del de fase lineal por sus correspondientes recíprocos; es decir, reflejando todos sus ceros externos dentro del círculo unitario. La respuesta en magnitud prevalece cuando un cero externo  $z_i$  es reflejado hacia adentro por su recíproco  $1/z_i$ . Para una respuesta en magnitud, existen  $2^q$  posibles configuraciones, dependiendo de la localización interna/externa de sus ceros. El sistema de fase mínima corresponde a la única configuración que tiene todos los ceros dentro del círculo unitario y tal versión ofrece el retraso mínimo para todas las componentes frecuenciales de la señal de entrada.

El procedimiento estándar para obtener el filtro de fase mínima consiste en factorizar la función de transferencia del filtro de fase lineal, reflejar todos los ceros externos hacia adentro del círculo unitario y entonces encontrar los nuevos coeficientes. El primer paso es llamado deflación polinomial y puede ser ejecutado por un algoritmo que encuentre las raíces del polinomio. El tercer paso se logra mediante el proceso inverso (inflación polinomial) una vez que las raíces externas se han reflejado dentro del círculo. El problema con este procedimiento es que para polinomios de alto orden los resultados pueden ser catastróficos debido a los errores de redondeo. Para filtros RC de fase lineal, este procedimiento (usando polystab en Matlab) falla para longitudes mayores a 64, produciendo resultados terribles sin ninguna advertencia.

Para obtener los polinomios de mínima fase, se aplicó el procedimiento propuesto en.<sup>8</sup> Éste reemplaza la respuesta de fase lineal del filtro FIR con la respuesta de fase mínima obtenida de la Transformada Discreta de Hilbert (DHT) de  $\ln|B_q(\omega)|$ , la cual corresponde a la respuesta

en fase del cepstrum de  $b_q(k)$ . La longitud de la transformada rápida de Fourier (FFT) usada para obtener la respuesta impulsional en estas operaciones fue de  $2^{20}$ . Este procedimiento ofrece excelentes resultados para cualquier longitud.

Las características frecuenciales de la implementación del filtro RC de fase lineal y mínima ( $4\sim, 0.707$ ) se muestran en la figura 2. Note que las respuestas en magnitud son exactamente las mismas, como era de esperarse, mientras que la fase del de fase mínima no es lineal. La figura 3 muestra el retraso de grupo de ambos filtros. Mientras el retraso del de fase lineal es constante e igual a dos ciclos, el de fase mínima va de 1.22 a 1.66 ciclos dentro de la banda de paso. Bajo la ganancia constante ( $[0, 0.1465]$ ), el retraso de grupo es relativamente constante, lo que significa que el filtro se comporta ahí como un filtro lineal, y su distorsión en fase será muy pequeña, como se corroborará en el análisis comparativo de distorsiones de la última sección.

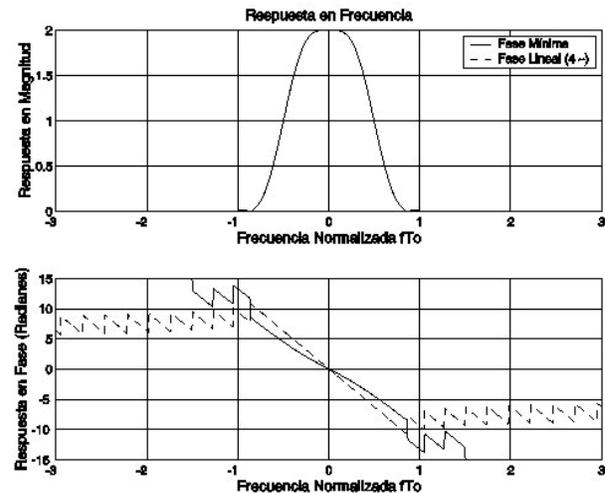


Fig. 2. Respuesta en frecuencia de los filtros RC de fase lineal ( $4\sim, a= 0.707$ ) y mínima.

Las respuestas impulsionales se comparan en la figura 4. Note que la simetría así como la separación equidistante de los cruces por cero del de fase lineal se pierde en el de fase mínima. Esta figura sugiere que los transitorios del filtro de fase mínima serán más cortos que los del filtro de fase lineal, aunque con un sobretiro ligeramente mayor. Esta considerable reducción de retraso, prácticamente sin distorsión, hace al filtro de fase mínima muy atractivo como sustituto de la implementación de fase lineal del

filtro RC en aplicaciones de mediciones fasoriales bajo oscilaciones de potencia.

Aquí surge una cuestión interesante. ¿Qué tan importante es la minimización del retraso de los filtros de fase mínima correspondiente a filtros de fase lineal con longitudes más y más largas? Se sabe que entre más larga es la implementación de fase lineal, más exacta es la aproximación a la respuesta en frecuencia ideal. La principal desventaja del filtro de fase lineal es que su retraso es igual a la mitad de su longitud. Las figuras 5 y 6 muestran la respuesta impulsional y el retraso de grupo de filtros de fase mínima correspondientes a los de fase lineal con duraciones de 4, 6, 8 y 10 ciclos. Es

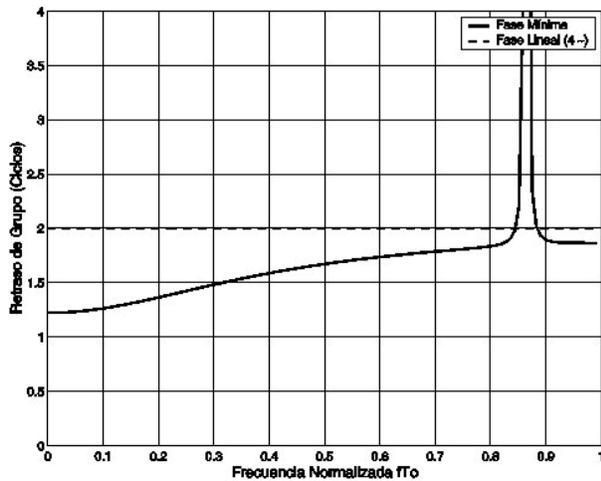


Fig. 3. Retraso de grupo de los filtros RC de fase lineal (4-,  $a=0.707$ ) y mínima.

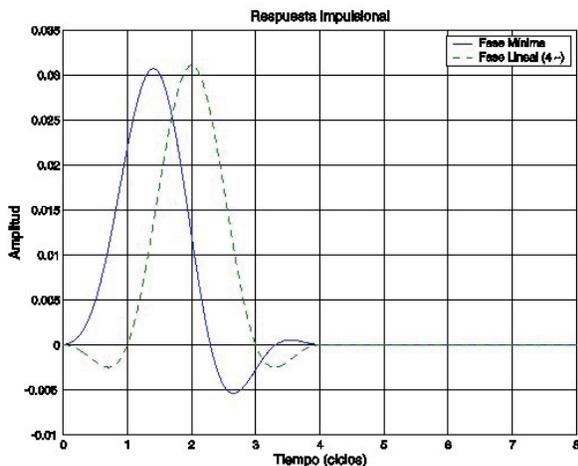


Fig. 4. Respuesta impulsional de los filtros RC de fase lineal (4- $a= 0.707$ ) y mínima.

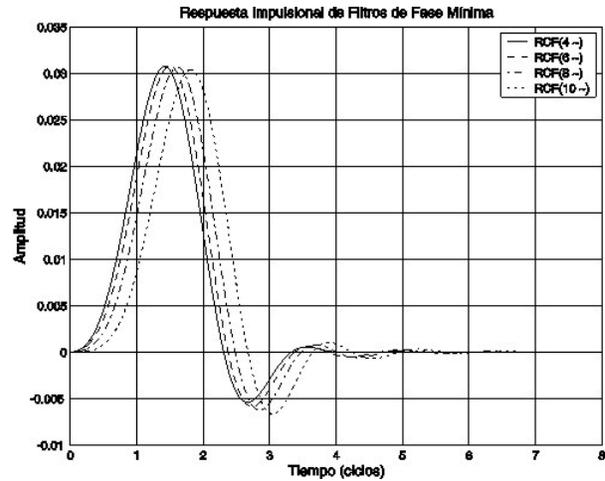


Fig. 5. Respuesta impulsional de filtros RC de fase mínima correspondientes a los de fase lineal con duración de 4,6,8 y 10 ciclos ( $a= 0.707$ ).

evidente que mientras se incrementa la duración de las respuestas impulsionales de los filtros de fase lineal, la de los de fase mínima permanece relativamente constante e inferior a cinco ciclos. Por otra parte, el retraso de grupo bajo la ganancia constante ( $[0, 0.1465]$ ) permanece casi constante e inferior a dos ciclos, lo que significa que, en esa banda, los filtros se comportan como si fuesen lineales. Este es un resultado muy importante y la principal contribución de este trabajo: preservando la respuesta en magnitud, los filtros de mínima fase son mucho más cortos y producen mucho menos retraso que sus correspondientes implementaciones de fase lineal. De manera que con transitorios más cortos, producen estimados fasoriales más rápidos. Cuando el mismo análisis se aplica a los filtros raíz cuadrada de coseno levantado (RRC)<sup>9</sup> una reducción de retraso adicional es encontrada (de cerca de un ciclo) con longitudes de filtro un tanto mayores (6 ciclos) como se muestra en la figura 7.

A continuación se considera la aproximación de diferentes filtros IIR a las características frecuenciales del filtro RC (ganancia constante y frecuencia de corte (-6dB) en  $f_0/2$ ).

### Filtros IIR por descomposición en valores singulares

La primera aproximación IIR al filtro RC es la obtenida mediante descomposición de valores singulares de la matriz Hankel formada con

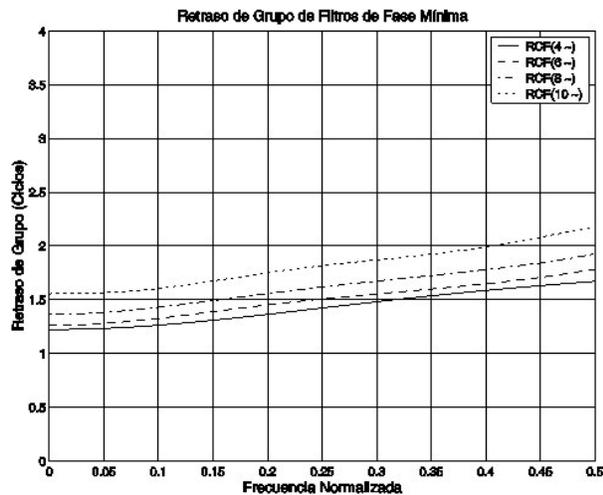


Fig. 6. Retraso de grupo de filtros de mínima fase correspondientes a los RC de fase lineal con duración de 4, 6, 8 y 10 ciclos ( $a=0.707$ ).

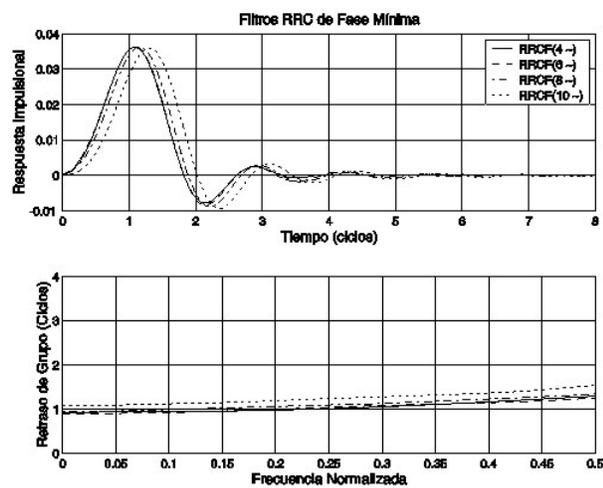


Fig. 7. Respuesta impulsional y retraso de grupo de los filtros de mínima fase correspondientes a los filtros RRC de fase lineal con duraciones de 4, 6, 8 y 10 cciclos ( $a=0.707$ ).

la respuesta impulsional del filtro RC.<sup>10</sup> Esta aproximación es muy útil en sistemas de transmisión digital porque preserva las posiciones de los cruces por cero de la respuesta impulsional del filtro RC y además su respuesta en fase es lineal en la banda de paso. Desafortunadamente, estas dos ventajas se compensan con la pérdida de ganancia constante en la banda de paso, principalmente debido a que la respuesta impulsional falla en adaptarse correctamente a los lóbulos laterales de la respuesta impulsional original.

Las figuras 8 y 9 muestran la respuesta en frecuencia e impulsional de los filtros IIR obtenidos con éste método. Dos filtros fueron obtenidos ( $p=q=7$  and  $p=q=9$ ) utilizando dos tolerancias de aproximación diferentes (0.01,0.001). Es claro que ambas respuestas en magnitud no son planas en la banda de paso, aunque ahí sus respuestas en fase son perfectamente lineales, con exactamente el mismo retraso de grupo (2~) del filtro RC de fase lineal. Como resultado, producirán distorsión de amplitud en los estimados fasoriales de la oscilación conservando el retraso del filtro RC de fase lineal.

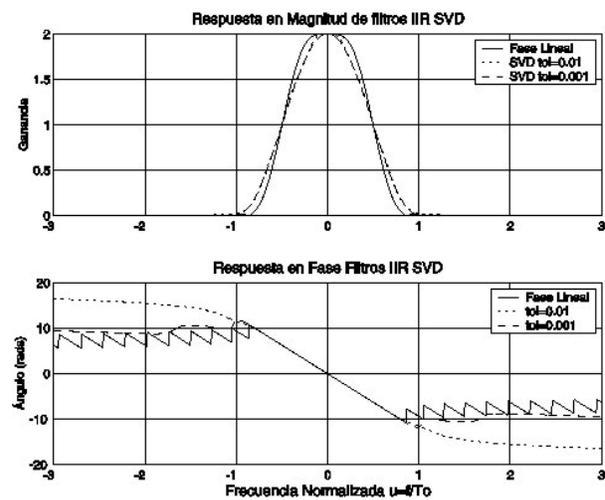


Fig. 8. Respuesta de magnitud y fase de los filtros IIR obtenidos de la descomposición de valores singulares de la matriz de Hankel.

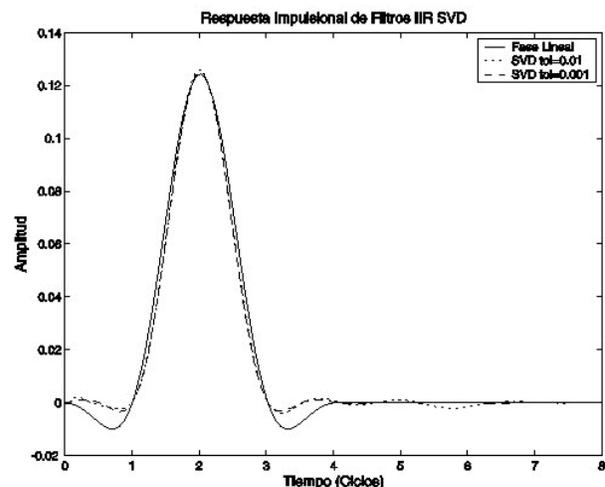


Fig. 9. Respuestas impulsionales de los filtros IIR obtenidos de la descomposición en valores singulares de la matriz de Hankel.

### Filtros de Butterworth y de Chebyshev tipo II

Aquí se consideran las aproximaciones de los filtros de Butterworth y de Chebyshev Tipo II a la respuesta en frecuencia del filtro ideal RC mediante el método de transformación lineal. Aun cuando los filtros elípticos producen los órdenes más bajos para unas especificaciones de banda de paso y paro dadas, se excluyen de nuestro análisis porque producen rizados en la banda de paso. Lo mismo se puede decir del filtro Chebyshev Tipo I.

Las respuestas en frecuencia de los filtros Butterworth y Chebyshev se puede encontrar en.<sup>7</sup> El Butterworth, tiene una transición suave y monótonica, y no tiene rizados. Su principal desventaja es que su banda de transición es relativamente amplia. El Chebyshev Tipo II es monótonico en la banda de paso y es equirizado en la banda de paro. En general, el filtro de Chebyshev cumple las especificaciones de banda de paso y paro con órdenes más bajos que el de Butterworth.

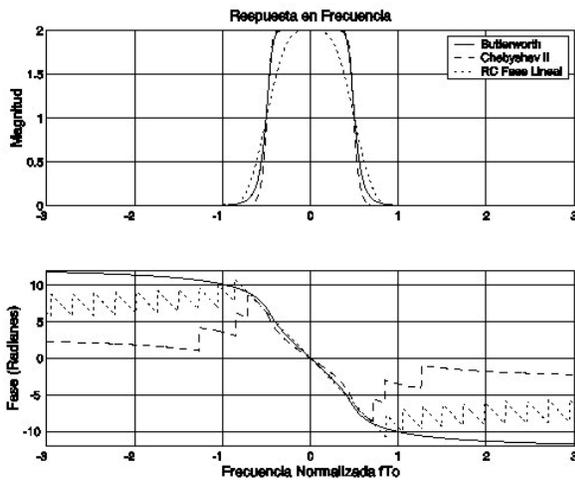


Fig. 10. Respuesta en frecuencia del filtro de Butterworth ( $p=q=8$ ) y de Chebyshev Tipo II ( $p=q=8$ ) comparada con la del filtro RC de fase lineal.

La figura 10 muestra las respuestas de magnitud y fase de los filtros digitales de octavo orden de Butterworth y Chebyshev Tipo II, comparado con el filtro RC de fase lineal de cuatro ciclos ( $a=0.707$ ). Todos con una frecuencia de corte (dB) de la mitad de la fundamental. Note que los filtros IIR ofrecen una ganancia constante más ancha. El rizado de la banda de paro del filtro de Chebyshev Tipo II es forzado a permanecer abajo de los 60 dB. Para niveles más altos, tanto la banda de transición como el nivel de

los lóbulos laterales aumentan considerablemente. El filtro de Chebyshev tiene la banda de transición más aguda. Por otra parte, es evidente que la respuesta en fase del filtro de Butterworth, bajo la ganancia plana, se aproxima a la respuesta en fase del filtro RC de fase lineal, de manera que sus estimados fasoriales estarán más próximos de los obtenidos con el filtro RC de fase lineal. Sin embargo, la respuesta en fase del filtro de Chebyshev es más no lineal bajo la banda de paso, y por tanto distorsionará más la fase.

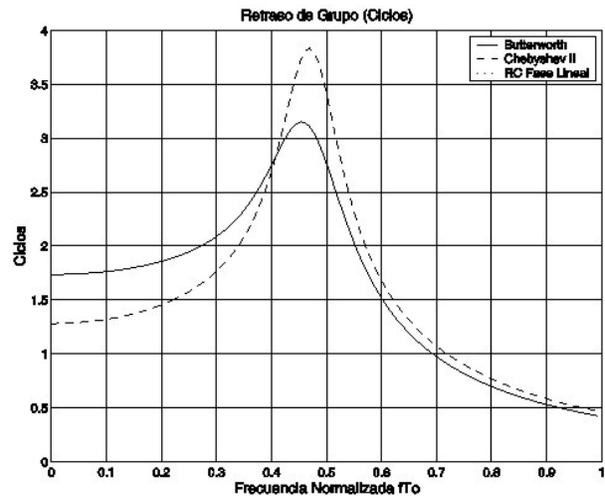


Fig. 11. Retraso de grupo de los filtros Butterworth, Chebyshev Tipo II ( $p=q=8$ ) y RC ( $a=0.707$ ).

La figura 11 muestra el retraso de grupo de los filtros IIR. Note que, bajo la ganancia constante del RC ( $u < 0.15$ ), el de Butterworth no mejora tanto el retraso del RC de fase lineal, como el de Chebyshev. Finalmente, en la figura 12 se pueden ver sus respuestas impulsionales. Es evidente que los transitorios de los estimados fasoriales obtenidos con los filtros IIR son más largos que los del filtro RC. De hecho es en su respuesta impulsional donde falla el filtro de Chebyshev y producirá transitorios más largos ( $\sim 12$ ) que los de Butterworth ( $8\sim$ ).

Las estimaciones de amplitud fasorial de una oscilación de 6Hz entre 1 y 2 se muestran en la figura 13. Los retrasos de los filtros RC de fase mínima y de Chebyshev son casi iguales, seguidos por los del filtro Butterworth. Los filtros IIR obtenidos mediante descomposición en valores singulares tienen un retraso muy cercano al del filtro RC de fase lineal ( $2\sim$ ). Aun si los filtros IIR reducen la carga computacional en un factor del orden de diez,

no mejoran mucho el rendimiento global (precisión y velocidad) de las estimaciones fasoriales. En la próxima sección se muestra que el filtro de Chebyshev distorsiona los fasores debido a su fase no lineal. Sin embargo para aplicaciones en las cuales la cantidad de cálculos es la principal preocupación, el filtro de Butterworth podría ser aplicado.

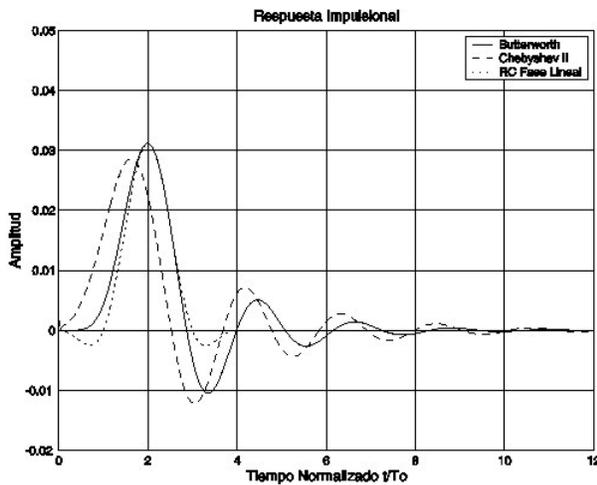


Fig. 12. Respuesta Impulsional de los filtros de Butterworth y Chebyshev Tipo II ( $p=q=8$ ) comparados con el filtro RC de fase lineal de cuatro ciclos ( $a=0.707$ ).

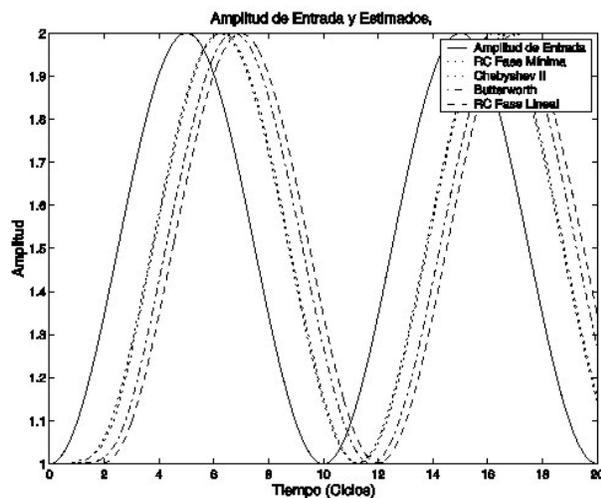


Fig. 13. Estimaciones de amplitud con los filtros de Butterworth, Chebyshev Tipo II y RC de fase lineal y mínima. La amplitud de la oscilación (línea continua) se muestra como referencia.

### EVALUACIÓN DE LA DISTORSIÓN

Para evaluar la distorsión (de amplitud y fase) introducida por los filtros comparados, un conjunto

de oscilaciones de amplitud es generado de acuerdo con el siguiente modelo secuencial:

$$a(n) = \sum_{i=1}^3 e^{-\alpha_i n} \text{sen}(\omega_i n)$$

donde las  $\omega_i$  son las frecuencias radiales correspondientes a frecuencias aleatorias distribuidas uniformemente con rango unitario y centradas en 2, 4 y 6 Hz de la señal continua, y  $\alpha_i$  son atenuaciones exponenciales distribuidas uniformemente con constantes de tiempo de 14 a 18 ciclos. Las secuencias generadas cubren cien ciclos, y después de ser normalizadas (energía unitaria) sobre esa duración, son pasadas a través de los filtros comparados. El grado de distorsión a la salida es medido como el valor *rms* de la diferencia entre una versión trasladada de la salida y la entrada. Para excluir el retraso de la medición de distorsión, la secuencia de salida se traslada temporalmente de tal manera que el pico de la oscilación coincida con el de la señal de entrada. Idealmente, tal medida de distorsión deberá ser cero para filtros de fase lineal, pero debido a la distorsión de amplitud y a los errores de redondeo es de hecho muy pequeña en esos casos. Esta medida de distorsión corresponde a la distancia euclidiana entre las secuencias de entrada y salida en su espacio métrico. Ya que la entrada es normalizada, la distorsión puede expresarse como porcentaje.

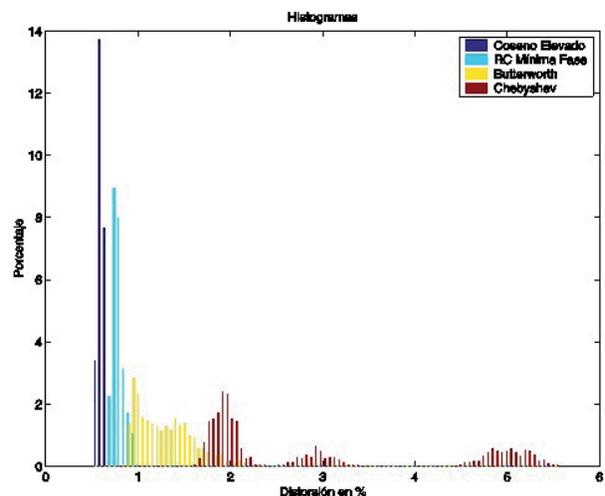


Fig. 14. Distribuciones de la medición de la distorsión para los filtros RC, Butterworth y Chebyshev Tipo II.

La figura 14 muestra la distribución de las mediciones de distorsión obtenidas cuando una

población de mil secuencias de amplitud con parámetros generados aleatoriamente es pasada a través de los diferentes filtros. Se puede observar que la distorsión de cada filtro se distribuye en capas separadas. La menor distorsión corresponde al filtro RC de fase lineal (como era de esperarse). Es seguida por el filtro de fase mínima. Note que la distorsión de este filtro es inferior al 1% y podría ser tolerada por la mayoría de las aplicaciones. El siguiente filtro distorsionador es el de Butterworth con distorsiones entre 1 y 1.8%, y finalmente el Chebyshev Tipo II, con la distorsión más dispersa.

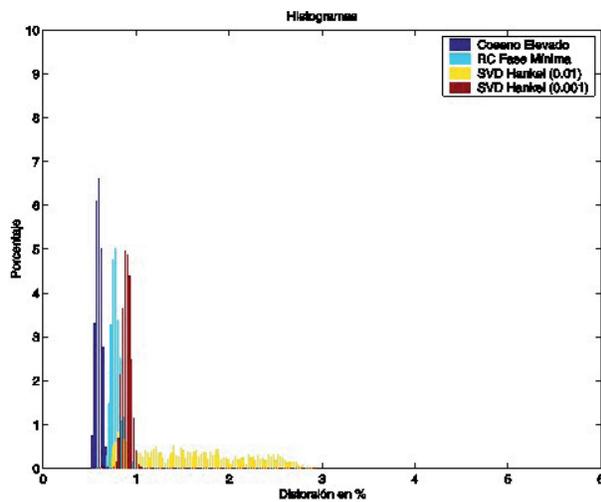
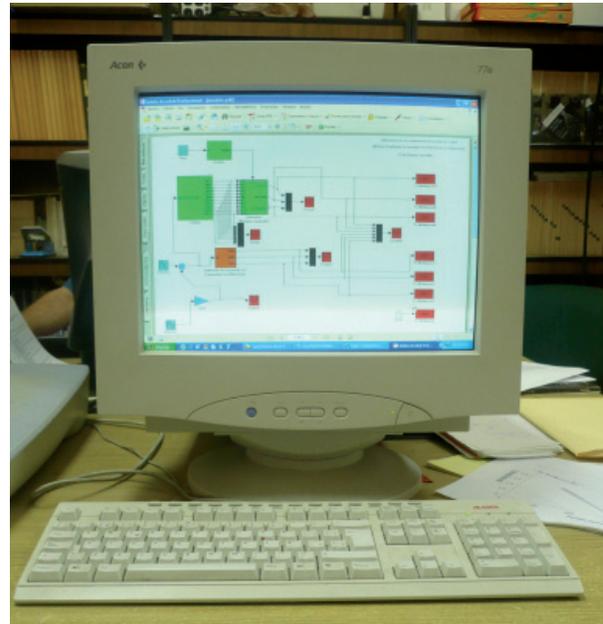


Fig. 15. Distribución de mediciones de distorsión de los filtros IIR obtenidos por descomposición de los valores singulares de la Matriz Hankel (0.01,0.001).

Se encontró que la distorsión de amplitud del filtro IIR obtenido por descomposición de los valores singulares (con la tolerancia más pequeña) es un poco más grande que la del filtro RC de fase mínima, con valores entre 0.75 y 1%, como se muestra en la figura 15.

## DISCUSIÓN

La reducción del retraso inherente a los estimados fasoriales conduce a soluciones alternativas interesantes. La principal contribución de este artículo es haber adelantado los estimados fasoriales de dos a un ciclo. Para enlaces de fibra óptica, este resultado representa una reducción de la mitad. Otra contribución es haber propuesto los filtros de fase mínima como sustituto de los filtros de fase lineal comúnmente utilizados en sistemas de transmisión



digital. La reducción del retraso con filtros de fase mínima se obtiene sin distorsionar significativamente los estimados, y con implementaciones más cortas si se las compara con las soluciones de fase lineal. Se requiere trabajo de investigación para analizar el comportamiento de los filtros RC y RRC en otras aplicaciones de medición fasorial. Cuando la principal preocupación de la aplicación es la complejidad computacional, los filtros IIR pueden ser la solución, especialmente el obtenido por descomposición en valores singulares de la Matriz Hankel o el de Butterworth.

## CONCLUSIONES

Los filtros de fase mínima reducen el retraso de los filtros RC sin un incremento significativo en distorsión y con transitorios más cortos. El retraso constante del filtro RC de fase lineal, igual a la mitad de su duración, se reduce a retrasos variando entre uno a dos ciclos para con el filtro RC y alrededor de un ciclo con el filtro RRC de fase mínima. Este resultado mejorará aplicaciones de control que demandan estimados fasoriales más rápidos que preserven la precisión, especialmente las aplicaciones que corren con enlaces de fibra óptica. Las soluciones IIR con ganancia constante en la banda de paso reducen considerablemente el orden del filtro digital ( $p=q=8$ ), pero a expensas de una distorsión mayor y un comportamiento transitorio más duradero. Cuando se

tolera distorsión en amplitud, y no se desea reducción del retraso, el más efectivo es el filtro IIR obtenido mediante descomposición en valores singulares de la matriz de Hankel. Su distorsión es sólo un poco más grande que la del filtro RC de fase mínima.

### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por la Universidad Autónoma de Nuevo León, bajo el proyecto PAICYT CA863-04: "Usando filtros IIR para Estimación Fasorial bajo Oscilaciones del Sistema de Potencia,"

### REFERENCIAS

1. A. F. Snyder, D. Ivanescu, N. HadjSad, D. Georges, T. Margotin, "Delayed-Input Wide-Area Stability Control with Synchronized Phasor Measurements and Linear Matrix Inequalities," 2000 IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Vol. 2, pp. 1009-1014.
2. H. Wu, H. Ni, G.T. Heydt, "The Impact of Time Delay on Robust Control Design in Power Systems," 2002 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, Vol. 2, pp. 1511-1516.
3. J. A. de la O, K. Martin, "Improving Phasor Measurements under Power System Oscillations," IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 18, No.1, pp. 160-166, February 2003.
4. J. A. de la O, "Reducing the Delay of Phasor Measurements under Power System Oscillations", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 56, No. 6, Dec. 2007, pp 2271-2278.
5. J. G. Proakis, Digital Communications, 4th Ed., New York:McGraw Hill International Edition, 2001, pp. 231-238.
6. N. Sheikholeslami, P. Kabal, "Generalized Raised-Cosine Filters," IEEE Trans. Commun., Vol. 47, July 1999, pp 989-997.
7. J.G. Proakis, D.G. Manolakis Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and Applications, 3th Ed., New York:Prentice Hall, 1996, ch.8.
8. N. Damera, B.L. Evans, S.R. McCaslin, "Design of Optimal Minimum-Phase Digital FIR Filters Using Discrete Hilbert Transform," IEEE Transactions in Signal Processing, Vol. 48, No. 5, pp.1491-1495, May 2000.
9. G.L. Stüber, Principles of Mobile Communications, 2nd Edition, Boston:Klower Academic Publishers,2001, p. 165.
10. Chi-Tsong Chen, Linear System Theory and Design 3th Ed., New York:Oxford University Press, 1999, pp. 77,201-204.

